

(MAT6SA2)

(3110-6A2)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2018.

(Regular)

Third Year — Sixth Semester

Part II – Mathematics

Paper VIII (A2) — ADVANCED NUMERICAL ANALYSIS

(CLUSTER ELECTIVE A2)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE of the following questions.

1. Determine the constants  $a$  and  $b$  using least squares method such that  $y = ab^x$  fits the following data.

క్రింది దత్తాంశానికి  $y = ab^x$  సంధానించే ఎట్లు కనిష్ట వర్గాల పద్ధతిని వాడు కొంటూ స్థిరరాశులు  $a$   $b$  లను నిర్ధారించండి.

$x$	2	3	4	5	6
$y$	144	172.8	207.4	248.8	298.5

2. Explain the principle of least squares for fitting a straight line for a given data.

ఒక దత్తాంశానికి సరళ రేఖా సంధానానికి వాడే కనిష్ట వర్గాల సూత్రాన్ని వివరించండి.

3. From the following table, find  $x$  correct to 2 decimal places for which  $y$  is maximum and find this value of  $y$ .

ఈ క్రింది పట్టిక నుండి,  $y$  గరిష్టం అయ్యే  $x$  విలువను 2 దశాంశస్థానము లవరకు కచ్చితంగా కనుక్కోండి మరియు ఈ  $y$  విలువను కనుక్కోండి.

$x$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$y$	0.9320	0.9636	0.9855	0.9975	0.9996

4. Find  $f'(0.4)$  from the following table.

ఈ క్రింది పట్టిక నుండి  $f'(0.4)$  ని కనుక్కోండి.

$x$	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	1.10517	1.22140	1.34986	1.4918

5. Evaluate  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  by Trapezoidal rule taking 5 sub intervals correct to 4 significant digits.

5 ఉపాంతరాలను తీసుకొని ట్రాపిజాయిడన్ నియమంలేదా పద్ధతి ద్వారా  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  ని నాలుగు ప్రశస్త్యస్థానముల వరకు గణన చేయండి.

6. Determine the maximum error in evaluating the integral  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$  by Simpson's 1/3 rule with 6 sub intervals.

సింప్సన్ 1/3 పద్ధతి (నియమం) ద్వారా 6 ఉపాంతరాలతో  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$  ని గణనం చేయడంలో గల గరిష్ట దోషాన్ని నిర్ధారించండి.

7. Solve the following system of equations by Gauss-elimination method.

క్రింది సమీకరణాల వ్యవస్థను గాస్-ఎలిమినేషన్ పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.

$$2x + y + 4z = 12,$$

$$8x - 3y + 2z = 20,$$

$$4x + 11y - z = 33.$$

8. Solve the equation  $\frac{dy}{dx} = 1 - y$ ;  $y(0) = 0$  by Euler's method to find  $y(0.3)$  with  $h = 0.1$ .

ఆయుల్స్ పద్ధతి ద్వారా  $\frac{dy}{dx} = 1 - y$ ;  $y(0) = 0$  ని  $h = 0.1$  తో సాధించి  $y(0.3)$  ని కనుక్కోండి.

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL the following questions.

9. (a) If the curve  $y = Ce^{bx}$  is fitted to the data below, find the best values of  $c$  and  $b$ .

క్రింది దత్తాంశానికి  $y = Ce^{bx}$  వక్రాన్ని సంధానిస్తే,  $b$  మరియు  $c$  ల యొక్క ఉత్తమమైన విలువలను కనుక్కోండి.

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	1.5	4.6	13.9	40.1	125.1	299.5

Or

- (b) Fit a second degree polynomial (parabola) to the following data.

క్రింది దత్తాంశానికి ఒక ద్వితీయ పరిమాణ సమీకరణం (పరావలయం) ను సంధానించండి.

$x$	0	1	2	3	4
$y$	1	1.8	1.3	2.5	6.3

10. (a) Find the maximum value of the function  $y = f(x)$  from the following data.

ఈ క్రింది దత్తాంశం నుండి  $y = f(x)$  ప్రమేయానికి గరిష్ట విలువను కనుక్కోండి.

$x$	0	1	2	3	4	5
$y = f(x)$	0	0.25	0	2.25	16.00	56.25

Or

- (b) Find  $f'(1.6)$  and  $f''(1.6)$  from the following tabular data using stirling formula.

స్టిర్లింగ్ సూత్రమును ఉపయోగించి క్రింది దత్తాంశము నుండి  $f'(1.6)$  మరియు  $f''(1.6)$  ను కనుక్కోండి.

$x$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
$f(x)$	2.7183	3.3201	4.0552	4.9530	6.0496	7.3891	9.0250

11. (a) Derive the Weddle's rule. Using this rule, evaluate  $\int_4^{5.2} \log_e x$  taking  $n = 6$ .

వెడెల్ సూత్రమును వ్యుత్పన్నంచేయండి, దానిని వాడుకొంటూ  $n = 6$  తీసుకొని  $\int_4^{5.2} \log_e x$  నిగణనచేయండి.

Or

- (b) Derive the Simpson's 3/8 rule using this rule evaluate  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx$  by taking  $h = \frac{\pi}{6}$ .

సింప్సన్ 3/8 సూత్రాన్ని వ్యుత్పన్నంచేయండి, ఈ సూత్రమును వాడుకొని  $h = \frac{\pi}{6}$  తీసుకొని  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx$  ని గణన చేయండి.

12. (a) Solve by Gauss - Seidel method, the equations

క్రింది సమీకరణాలు గౌస్-సీడెల్ పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.

$$10x_1 - x_2 - x_3 = 13$$

$$x_1 + 10x_2 + x_3 = 36 \text{ and}$$

$$-x_1 - x_2 + 10x_3 = 35.$$

Or

- (b) Solve the system of equations by Gauss - Jordan method.

క్రింది సమీకరణాలు వ్యవస్థను గౌస్-జోర్డాన్ పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1,$$

$$4x_1 + 3x_2 - x_3 = 6$$

$$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 4.$$

13. (a) Using the fourth order Runge-Kutta method, solve  $10 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ ,  $y(0) = 1$  for the interval  $0 < x < 0.4$  with  $h = 0.1$ .

రుంగ్-కుట్టా నాలుగో పరిమాణ పద్ధతిని ఉపయోగించి  $h = 0.1$  తో  $0 < x < 0.4$  అంతరంలో

$$10 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, y(0) = 1 \text{ ని సాధించండి.}$$

Or

- (b) Apply the Taylor's series method to find  $y(1.1)$  and  $y(1.2)$  by taking the first three terms of the Taylor series expansion, given that  $\frac{dy}{dx} = xy^{1/3}$ ,  $y(1) = 1$ .

$\frac{dy}{dx} = xy^{1/3}$ ,  $y(1) = 1$  ని ఇచ్చినప్పుడు, టేలర్ శ్రేణిలో మొదటి మూడు పదాలను తీసుకొంటూ  $y(1.1)$  మరియు  $y(1.2)$  ని టేలర్ శ్రేణి పద్ధతిని అనువర్తించి కనుక్కోండి.